CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU **Código: 26**

XUÑO 2013

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, sexan B^t a matriz trasposta de B e I a matriz identidade de orde 3.

a) Estuda, segundo os valores do parámetro λ, o rango de $AB^t + \lambda I$.

b) Calcula a matriz X que verifica: $AB^tX - X = 2B$.

2. Dados o plano $\pi: x + y - z - 1 = 0$ e a recta $r: \begin{cases} 3x + y + z - 6 = 0 \\ 2x + y \quad\; - \; 2 = 0 \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de r e π. Calcula a distancia de r a π.

b) Calcula a ecuación xeral ou implícita do plano que contén a r e é perpendicular a π.

3. a) Enuncia o teorema de Bolzano. ¿Ten a ecuación $x^3 + 2x - 2 = 0$ algunha solución no intervalo $(0,1)$? ¿Ten esta ecuación máis dunha solución real?

b) Calcula os valores de a e b para que $\lim_{x\to 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{sen(x^2)} = 1$

4. a) Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento e os intervalos de concavidade e convexidade da función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ e a bisectriz do primeiro cadrante. (Nota: para o debuxo da gráfica de $f(x)$, é suficiente utilizar o apartado anterior e calcular os puntos de corte cos eixes).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

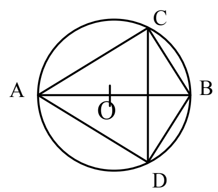
$$\begin{aligned} x + my + z &= 2 \\ mx - y + z &= 0 \\ 2x - y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $m = 1$.

2. a) Calcula as ecuacións paramétricas da recta r que pasa pola orixe de coordenadas e é perpendicular ao plano π determinado polos puntos $A(1,0,2)$, $B(2,1,3)$ e $C(3,0,0)$.

b) Calcula os posibles valores de a para que o punto $P(a,a,a)$ equidiste da recta r e do plano π do apartado anterior.

3. Nunha circunferencia de centro O e radio 10 cm. trázase un diámetro AB e unha corda CD perpendicular a ese diámetro. ¿A que distancia do centro O da circunferencia debe estar a corda CD, para que a diferencia entre as áreas dos triángulos ADC e BCD sexa máxima?



4. a) Enuncia o teorema de Rolle. Determina o valor de a para que sexa aplicable o teorema de Rolle á función $f(x) = x^3 + ax - 1$, no intervalo $[0,1]$. Para este valor de a, calcula un punto $c \in (0,1)$ no que a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ sexa paralela ao eixe OX.

b) Calcula $\int \frac{x^3+3}{x^2 - x} dx$